

**0–0.** Во время занятия математического кружка Знайка предложил Незнайке сыграть 3 партии в следующую игру: «В начале партии ты называешь некоторое натуральное число  $N$ , каждый раз новое. Затем мы по очереди (ты – первый, я – второй) записываем в клетки квадрата  $7 \times 7$  по одному целому числу от 1 до 49 включительно. В каждую клетку записывается ровно одно число, и каждое из чисел должно быть использовано ровно один раз. Если по окончании заполнения квадрата найдутся строка и столбец, в каждом из которых сумма чисел равна  $N$ , то выигрываешь ты. В противном случае выигрываю я». Незнайка в ответ заявил: «Я выиграю со счётом 3:0». Кто на самом деле выигрывает при правильной игре и с каким счётом?

**0–1.** Стороны треугольника увеличили в два раза. Во сколько раз увеличится площадь треугольника?

**0–2.** Пару доминошек  $1 \times 2$  назовём *гармоничной*, если они образуют квадрат  $2 \times 2$ . Приведите пример разбиения доски  $8 \times 8$  на доминошки, в котором ровно одна *гармоничная пара*.

**0–3.** Произведение трёх натуральных чисел равно 72000. Какое наименьшее значение может принимать их НОК – наименьшее общее кратное?

**0–4.** Решите в целых числах уравнение  
 $\text{НОК}(x^2, y) + \text{НОК}(x, y^2) = 2015$ .

**0–5.** Расставьте 6 слонов и 5 ладей на шахматной доске так, чтобы никакая фигура не била никакую другую фигуру.

**0–6.** Найдите наибольшее трёхзначное число, которое при делении на 43 даёт остаток, равный частному.

**1–1.** Сегодняшнюю дату 16 июня 2014 года можно сейчас записать как 16.06.14 (по-русски) или 06.16.14 (по-английски). А какая ближайшая в будущем дата будет одинаково записана и по-русски, и по-английски?

**1–2.** Во сколько раз сумма углов восьмиугольника больше суммы углов четырёхугольника?

**1–3.** Сколько существует девятизначных чисел, произведение цифр которых равно 9?

**1–4.** Найдите наибольший простой делитель числа 3999879.

**1–5.** Сколько существует треугольников с целочисленными сторонами, периметр которых равен 10?

**1–6.** Найдите наибольшее натуральное число, в десятичной записи которого все цифры различны и сумма любых двух из них является составным числом.

**2–2.** Цена за вход на стадион 30 рублей. Для увеличения дохода были снижены цены, при этом количество посетителей увеличилось наполовину, а доход – на четверть. На сколько рублей была снижена цена на билет?

**2–3.** Какую процентную концентрацию будет иметь раствор соли, если слить вместе 2 литра 30-% раствора и 3 литра 20-% раствора?

**2–4.** В равнобедренной трапеции со взаимно перпендикулярными диагоналями основания равны  $a$  и  $b$ . Чему равна высота трапеции?

**2–5.** Найдите наибольшее число, в десятичной записи квадрата которого все цифры – различные.

**2–6.** Вернувшийся из похода рыцарь рассказал, что видел город, в котором 9 прямых улиц, на каждой улице по 5 перекрёстков (пересечений с другими улицами), а всего перекрёстков 19. Приведите пример такого города.

**3–3.** Расставьте в клетках квадрата  $3 \times 3$  действительные числа (не обязательно различные) так, чтобы сумма любых двух соседних по горизонтали чисел была равна 6, а произведение любых двух соседних по вертикали чисел было равно 4.

**3–4.** Сколько существует четырёхзначных чисел, которые при зачеркивании первой цифры уменьшаются в 9 раз?

**3–5.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2013, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2014, \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 2015. \end{cases}$$

**3–6.** Какую длину может иметь самонепересекающийся путь по сторонам клеток из верхнего левого угла в нижний правый угол квадрата  $8 \times 8$ ?

**4–4.** Квадрат разрезали на равные прямоугольные равнобедренные треугольники. Сколько треугольников могло получиться?

**4–5.** Разрежьте квадрат на 5 частей, из которых можно без пропусков и наложений сложить три попарно неравных квадрата.

**4–6.** Сумма трёх неотрицательных чисел  $a, b, c$  не превосходит  $\frac{1}{2}$ . Какое наименьшее значение может принимать выражение  $(1-a)(1-b)(1-c)$ ?

**5–5.** Сколькими способами можно заполнить таблицу  $5 \times 5$  клеток нулями и единицами так, чтобы сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце была чётной?

**5–6.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катеты  $AB$  и  $BC$  равны соответственно 1 и 2. На катетах и гипотенузе треугольника отмечают точки  $M, N$  и  $P$  соответственно, такие, чтобы сумма длин отрезков  $PM, PN$  и  $PB$  была наименьшей из возможных. Какое значение будет принимать эта сумма?

**6–6.** На полях  $a_1, a_2$  и  $b_1$  шахматной доски стоят соответственно белая, чёрная и красная ладьи. Разрешается делать ходы по обычным правилам, однако после любого хода каждая ладья должна быть под защитой какой-нибудь другой ладьи (т.е. в одной горизонтали или вертикали с другой ладьёй). Сколько ещё других (не считая исходной) расстановок этих ладей на шахматной доске можно получить?