

0–0. Найдите количество решений ребуса:
 $Д \times В \times А \times П \times Я \times Т \times Ъ = Д \times Е \times С \times Я \times Т \times Ъ$.
(Одинаковые буквы – одинаковые цифры,
разные буквы – разные цифры). Ответ
дать числом в десятичной записи.

0–1. Сколько граней у нового незаточенного шестигранного карандаша?

0–2. В течение дня в настольный теннис играли 11 школьников. Каждый из них выиграл хотя бы одну партию ровно у k других школьников. При каком наименьшем k можно утверждать, что обязательно найдутся два школьника, которые выиграли друг друга?

0–3. Сколькими способами можно поставить в соседние клетки шахматной доски одного чернополюсного слона и одного белопольного слона?

0–4. Отметьте 16 клеток шахматной доски так, чтобы не нашлось ни одного остроугольного треугольника с вершинами в центрах отмеченных клеток.

0–5. Назовём девятизначное число *разноцветным*, если оно состоит из 9 различных ненулевых цифр. Найдите два разноцветных числа, сумма которых также является разноцветной. Приведите получившееся равенство.

0–6. Найдите наибольшее натуральное число, не превосходящее 2010, равное произведению цифр некоторого натурального числа.

1–1. Укажите наименьшее нечётное число, имеющее нечётное количество целых делителей.

1–2. Сколько существует шестизначных чисел, произведение цифр которых равно 6?

1–3. Какое наибольшее число слонов (на доске должны быть слоны обоих цветов – чёрного и белого) можно расставить на шахматной доске так, чтобы чёрные не били белых, а белые – чёрных? Приведите ответ и пример.

1–4. Про четырёхзначное число N с различными цифрами известно, что числа 1234, 5678, 9012, 3456, 7890 содержат ровно по две цифры, принадлежащие этому числу, однако ни одна из них не стоит на том же месте, что и в числе N . Найдите все возможные значения N .

1–5. Найдите наибольшее натуральное число, на которое выражение $n(n^2-49)(n^2+49)$ делится при любом натуральном n .

1–6. Найдите наибольшее натуральное число из различных цифр, в котором любые две подряд идущие цифры образуют двузначное число, делящееся на 3.

2–2. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ диагонали AC и BF пересекаются в точке P . Найдите отношение $AP:PC$.

2–3. Найдите все пары натуральных чисел (a, b) , для которых число $2^a + 3^b$ – точный квадрат.

2–4. Поставьте на шахматную доску двух не бьющих друг друга королей так, чтобы после этого нельзя было поставить на доску 16 королей, не бьющих друг друга.

2–5. Во всех клетках квадрата 3×3 расставляются различные натуральные числа от 1 до N так, что в каждой паре соседних по стороне чисел одно делится на другое. При каком наименьшем N такое возможно? Приведите ответ и пример расстановки чисел.

2–6. Найдите наибольшее десятизначное число, в котором любые две подряд идущие цифры образуют двузначное число, делящееся на 6.

3–3. Сколько существует десятизначных чисел, кратных 3, в записи которых могут быть использованы только цифры 1, 2 и 3?

3–4. Внутри катета BC прямоугольного равнобедренного треугольника ABC ($AC=BC$) найдите все такие положения точки N , что существует прямоугольный равнобедренный треугольник KMN с гипотенузой KM , концы которой лежат (внутри) на сторонах AB и AC исходного треугольника.

3–5. Разбейте какой-нибудь непрямоугольный треугольник на 5 треугольников, подобных исходному.

3–6. Укажите множество значений, которые может принимать выражение $1-2-3+4+5-6-7+8+\dots\pm n$, где последний знак зависит от натурального числа $n \geq 5$, а минусы и плюсы чередуются парами.

4–4. В правильном треугольнике со стороной, равной 6, на одной из сторон взята точка на расстоянии 1 от ближайшей вершины. Найдите расстояние от этой точки до центра треугольника.

4–5. Строки квадратной таблицы размером 2011×2011 занумеровали различными целыми числами (не обязательно идущими подряд). Теми же числами занумеровали её столбцы. После этого в каждой клетке таблицы записали сумму номеров её строки и столбца. Каких чисел (чётных или нечётных) в клетках таблицы могло быть записано больше и на сколько?

4–6. При каком наибольшем N на чёрных клетках шахматной доски можно расставить N чёрных и N белых слонов так, чтобы чёрные слоны не били белых, а белые – чёрных? Приведите ответ и пример.

5–5. Найдите наименьшее λ такое, что неравенство $a+b+c \leq \lambda$ выполняется для любых неотрицательных чисел a, b и c , сумма квадратов которых равна 1.

5–6. Какое наибольшее количество клеток шахматной доски можно отметить так, чтобы не нашлось ни одного прямоугольного треугольника с вершинами в центрах отмеченных клеток?

6–6. Найдите углы равнобедренного треугольника ABC ($AB=BC$), если треугольник AOI также будет равнобедренным, где O и I – центры вписанной и описанной окружностей.