

**0–0.** Найдите количество решений ребуса:  
 $Д \times В \times А \times П \times Я \times Т \times Ъ = Д \times Е \times С \times Я \times Т \times Ъ$ .  
(Одинаковые буквы – одинаковые цифры,  
разные буквы – разные цифры). Ответ  
дать числом в десятичной записи.

**0–1.** Сколько граней у нового незаточенного шестигранного карандаша?

**0–2.** Отметьте 16 клеток шахматной доски так, чтобы не нашлось ни одного остроугольного треугольника с вершинами в центрах отмеченных клеток.

**0–3.** Найдите наибольшее натуральное число, не превосходящее 2010, равное произведению цифр некоторого натурального числа.

**0–4.** Про четырёхзначное число  $N$  с различными цифрами известно, что числа 1234, 5678, 9012, 3456, 7890 содержат ровно по две цифры, принадлежащие этому числу, однако ни одна из них не стоит на том же месте, что и в числе  $N$ . Найдите все возможные значения  $N$ .

**0–5.** Найдите все положительные числа  $a$  такие, что неравенство  $a^x \geq ax$  справедливо при всех положительных  $x$ .

**0–6.** Внутри катета  $BC$  прямоугольного равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AC=BC$ ) найдите все такие положения точки  $N$ , что существует прямоугольный равнобедренный треугольник  $KMN$  с гипотенузой  $KM$ , концы которой лежат (внутри) на сторонах  $AB$  и  $AC$  исходного треугольника.

**1–1.** В правильном шестиугольнике  $ABCDEF$  диагонали  $AC$  и  $BF$  пересекаются в точке  $P$ . Найдите отношение  $AP:PC$ .

**1–2.** Сколько существует шестизначных чисел, произведение цифр которых равно 6?

**1–3.** Какое наибольшее число слонов (на доске должны быть слоны обоих цветов – чёрного и белого) можно расставить на шахматной доске так, чтобы чёрные не били белых, а белые – чёрных? Приведите ответ и пример.

**1–4.** Найдите все пары натуральных чисел  $(a, b)$ , для которых число  $2^a + 3^b$  – точный квадрат.

**1–5.** Найдите наибольшее натуральное число, на которое выражение  $n(n^2 - 49)(n^2 + 49)$  делится при любом натуральном  $n$ .

**1–6.** Найдите наибольшее натуральное число из различных цифр, в котором любые две подряд идущие цифры образуют двузначное число, делящееся на 3.

**2–2.** Какую фигуру задаёт в трёхмерном пространстве неравенство  $|x| + |y| + |z| \leq 1$ ?  
Дайте её верное название.

**2–3.** В правильном треугольнике со стороной, равной 6, на одной из сторон взята точка на расстоянии 1 от ближайшей вершины. Найдите расстояние от этой точки до центра треугольника.

**2–4.** Поставьте на шахматную доску двух не бьющих друг друга королей так, чтобы после этого нельзя было поставить на доску 16 королей, не бьющих друг друга.

**2–5.** Во всех клетках квадрата  $3 \times 3$  расставляются различные натуральные числа от 1 до  $N$  так, что в каждой паре соседних по стороне чисел одно делится на другое. При каком наименьшем  $N$  такое возможно? Приведите ответ и пример расстановки чисел.

**2–6.** Найдите наибольшее десятизначное число, в котором любые две подряд идущие цифры образуют двузначное число, делящееся на 6.

**3–3.** Сколько существует десятизначных чисел, кратных 3, в записи которых могут быть использованы только цифры 1, 2 и 3?

**3–4.** Найдите наименьшее  $\lambda$  такое, что неравенство  $a+b+c \leq \lambda$  выполняется для любых неотрицательных чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$ , сумма квадратов которых равна 1.

**3–5.** Разбейте какой-нибудь непрямоугольный треугольник на 5 треугольников, подобных исходному.

**3–6.** Укажите множество значений, которые может принимать выражение  $1-2-3+4+5-6-7+8+\dots \pm n$ , где последний знак зависит от натурального числа  $n \geq 5$ , а минусы и плюсы чередуются парами.

**4–4.** Найдите какой-нибудь многочлен 4-й степени с целыми коэффициентами, корнем которого является число  $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ . Приведите выкладки, из которых следует наличие этого корня.

**4–5.** Строки квадратной таблицы размером  $2011 \times 2011$  занумеровали различными целыми числами (не обязательно идущими подряд). Теми же числами занумеровали её столбцы. После этого в каждой клетке таблицы записали сумму номеров её строки и столбца. Каких чисел (чётных или нечётных) в клетках таблицы могло быть записано больше и на сколько?

**4–6.** При каком наибольшем  $N$  на чёрных клетках шахматной доски можно расставить  $N$  чёрных и  $N$  белых слонов так, чтобы чёрные слоны не били белых, а белые – чёрных? Приведите ответ и пример.

**5–5.** Найдите углы равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AB=BC$ ), если треугольник  $AOI$  также будет равнобедренным, где  $O$  и  $I$  – центры вписанной и описанной окружностей.

**5–6.** Какое наибольшее количество клеток шахматной доски можно отметить так, чтобы не нашлось ни одного прямоугольного треугольника с вершинами в центрах отмеченных клеток?

**6–6.** Приведите пример функции  $f(x)$ , удовлетворяющей при всех действительных значениях  $x$  соотношению:  $f(f(x))=x^2+6x+6$ . Обоснуйте выполнение требуемого условия.