

1. В ряд на доске записаны 2013 чисел, сумма которых положительна.
 - а) Докажите, что из них можно выбрать 10 чисел с положительной суммой.
 - б) Останется ли верным утверждение а) для 10 подряд идущих чисел?
2. В клетках бесконечной клетчатой плоскости расставлены числа. Известно, что в каждом прямоугольнике 1×7 сумма чисел положительна. Докажите, что в некотором трехклеточном уголке сумма чисел положительна.

*. Та же задача с заменой 1×7 и уголка на две произвольные клетчатые фигуры.
3. Имеются две одинаковые шестеренки со 100 зубцами. Из каждой выломали по 50 зубцов.
 - а) Докажите, что их можно совместить так, чтобы вторая шестеренка закрывала не менее 25 выломанных зубцов первой.
 - б) Докажите, что оценка из пункта а) неумлучшаема.
4. Каждый болтун дружит хотя бы с одним молчуном. Болтун молчит, если в кабинете сидит нечетное число его друзей — молчунов. Докажите, что можно пригласить на факультатив не менее половины класса так, чтобы все болтуны молчали.
5. На плоскости даны 100 точек общего положения, и рассматриваются всевозможные треугольники с вершинами в этих точках. Докажите, что остроугольных среди них не более 70 %.
6. На математической олимпиаде участникам были предложены 6 задач. Оказалось, что каждая пара задач была решена более чем $\frac{2}{5}$ от общего числа участников, но никто не решил все 6 задач. Докажите, что а) найдется участник, который решил ровно 5 задач; б) найдутся хотя бы два таких участника.
7. Найдите длину кривой постоянной ширины 1.

1. В ряд на доске записаны 2013 чисел, сумма которых положительна.
 - а) Докажите, что из них можно выбрать 10 чисел с положительной суммой.
 - б) Останется ли верным утверждение а) для 10 подряд идущих чисел?
2. В клетках бесконечной клетчатой плоскости расставлены числа. Известно, что в каждом прямоугольнике 1×7 сумма чисел положительна. Докажите, что в некотором трехклеточном уголке сумма чисел положительна.

*. Та же задача с заменой 1×7 и уголка на две произвольные клетчатые фигуры.
3. Имеются две одинаковые шестеренки со 100 зубцами. Из каждой выломали по 50 зубцов.
 - а) Докажите, что их можно совместить так, чтобы вторая шестеренка закрывала не менее 25 выломанных зубцов первой.
 - б) Докажите, что оценка из пункта а) неумлучшаема.
4. Каждый болтун дружит хотя бы с одним молчуном. Болтун молчит, если в кабинете сидит нечетное число его друзей — молчунов. Докажите, что можно пригласить на факультатив не менее половины класса так, чтобы все болтуны молчали.
5. На плоскости даны 100 точек общего положения, и рассматриваются всевозможные треугольники с вершинами в этих точках. Докажите, что остроугольных среди них не более 70 %.
6. На математической олимпиаде участникам были предложены 6 задач. Оказалось, что каждая пара задач была решена более чем $\frac{2}{5}$ от общего числа участников, но никто не решил все 6 задач. Докажите, что а) найдется участник, который решил ровно 5 задач; б) найдутся хотя бы два таких участника.
7. Найдите длину кривой постоянной ширины 1.