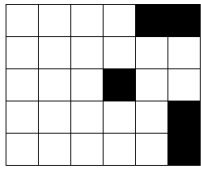


**0–0.** Найдите в плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$  с  $\angle C=120^\circ$  все положения точки  $P$ , удовлетворяющей равенствам  $PA+BC = PB+CA = PC+AB$ . Укажите точно хотя бы одно положение и приблизительно остальные.

**0–1.** Из прямоугольника  $5 \times 6$  вырезали пять клеток (см. рис., вырезанные клетки помечены чёрным цветом) На какое наименьшее число частей можно разрезать получившуюся фигуру, чтобы из них можно было сложить квадрат  $5 \times 5$ ? Приведите ответ и пример разрезания.



**0–2.** Постройте график функции  

$$y = x^3 (\sqrt{1-x^2} + \sqrt{x^2-1}).$$

**0–3.** Найдите все натуральные числа  $N$ , для которых  $N+11$  и  $N-78$  – полные квадраты.

**0–4.** Найдите функцию  $f(x)$ , если  $f(2x+1) = 4x^2 + 14x + 7$ .

**0–5.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2y - 2 = 0, \\ y^2 + 4z + 7 = 0, \\ z^2 + 4x + 4 = 0. \end{cases}$$

**0–6.** Дорожная шахматная доска имеет небольшой бортик по границам игрового поля, не позволяющий фигурам соскальзывать. Каждая из 28 костей домино покрывает ровно две соседние клетки доски. Уложите комплект домино на доске так, чтобы ни одну из костей нельзя было сдвинуть с места в плоскости доски.

**1–1.** Найдите все четырёхзначные числа, у которых сумма первых трёх цифр равна 3, сумма последних трёх цифр равна 5, а сумма всех цифр равна 7.

**1–2.** Какие 500 последовательных натуральных чисел надо выписать, чтобы всего было выписано 2014 цифр?

**1–3.** Найдите наименьшее целое число  $x$ , для которого  $x^2(x-5)(x+3)(x+12) > 0$ .

**1–4.** Сколько существует четырёхзначных чисел, начинающихся на 20 и взаимно простых с 2014?

**1–5.** Поезд состоит из локомотива и пяти вагонов: I, II, III, IV и V. Сколькими способами можно расставить эти вагоны после локомотива при условии, что I вагон должен быть ближе к локомотиву, чем II, а порядок остальных не важен?

**1–6.** Дан выпуклый шестиугольник  $ABCDEF$ , в котором  $FA=AB$ ,  $BC=CD$ ,  $DE=EF$ . В какой точке пересекаются биссектрисы углов  $A$ ,  $C$  и  $E$ ? Укажите её основное свойство относительно какого-нибудь треугольника.

**2–2.** Найдите наименьшее натуральное число, десятичную запись которого можно разбить на несколько (не менее двух) частей, дающих в произведении 2014. Приведите ответ и само разбиение.

**2–3.**  $ABC$  – равносторонний треугольник со стороной  $a$ . На расстоянии  $a$  от вершины  $A$  взята точка  $D$ . Найдите величину угла  $BDC$ .

**2–4.** Известно, что  $ab+bc+ca \geq a+b+c > 0$ . Каково наименьшее возможное значение  $a+b+c$ ?

**2–5.** Длины медиан треугольника равны 3, 4 и 5. Найдите угол между двумя меньшими медианами.

**2–6.**  $K$  и  $M$  – середины сторон  $AD$  и  $DC$  соответственно выпуклого четырёхугольника  $ABCD$ , в котором  $AB=BD=DC$ . Оказалось, что  $BKDM$  – вписанный четырёхугольник. Какие значения может принимать угол  $BCD$ ?

**3–3.** Среди всех четырёхзначных чисел Петя посчитал количество тех из них, в которых сумма первых двух цифр равна сумме двух последних. На что Вася ответил тем, что посчитал количество всех четырёхзначных чисел с суммой цифр, равной 18. Чьё из чисел больше и на сколько?

**3–4.** Найдите наибольшее значение выражения  $xу$ , если известно, что  $x+2у=1$ .

**3–5.** В однокруговом турнире участвуют 10 шахматистов. Через какое наименьшее количество туров может оказаться так, что единоличный победитель уже выявился досрочно? (В каждом туре участники разбиваются на пары. Выигрыш – 1 очко; ничья – 0,5 очка; поражение – 0.)

**3–6.** Решите систему уравнений:  
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 26, \\ x^2 y - xy^2 = 6. \end{cases}$$

**4–4.** Сколькими способами на шахматную доску можно поставить 16 белых и 16 чёрных ладей так, чтобы никакая чёрная ладья не была под ударом никакой белой ладьи? Ответ дать числом в десятичной записи.

**4–5.** Петя разбил на пары все натуральные числа от 2011 до 2018 и сложил произведения чисел в своих четырёх парах, получив число  $S$ . Вася утверждает, что может получить  $S$  другим способом, разбив эти же числа на пары и сложив их попарные произведения. Приведите пример таких разбиений. Ответ обосновать.

**4–6.** Назовём точку, расположенную внутри треугольника, *плохой*, если из отрезков, соединяющих её с вершинами треугольника, нельзя составить треугольник. Найдите все треугольники, которые имеют плохие точки.

**5–5.** Вертикали и горизонталы шахматной доски занумерованы слева направо и снизу вверх числами от 1 до 8. В каждой клетке написано произведение номеров вертикали и горизонтали, на которых она стоит. Антон поставил 8 чёрных ладей, не бьющих друг друга, а Боря их снял и поставил в другие клетки 8 белых ладей, не бьющих друг друга. Оказалось, что сумма чисел в клетках и под ладьями Антона, и под ладьями Бори равна 122. Покажите, как такое могло получиться. Пример обоснуйте.

**5–6.** Квадратом какого числа является число  $\underbrace{44}_{2014} \underbrace{34}_{1008} + \underbrace{11}_{1008} \dots 1 - \underbrace{66}_{1007} \underbrace{36}_{1007}$ ? Ответ дать числом в десятичной записи.

**6–6.** Назовём *непогожим* промежуток времени в сентябре, состоящий из целого числа дней подряд, среди которых случилось нечётное число дождливых дней. Какое наибольшее количество непогожих промежутков могло быть в сентябре?