

0–0. Нарисуйте замкнутую ломаную без самопересечений с наименьшим количеством звеньев, пересекающую каждый из 12 единичных отрезков клетчатого квадрата 2×2 и не проходящую через их концы.

0–1. Какое наименьшее натуральное число не является делителем числа $50!$? ($n!$ – произведение всех натуральных чисел от 1 до n .)

0–2. Приведите пример натуральных чисел a и b , в десятичной записи каждого из которых есть кусок подряд стоящих цифр 2020 и при этом отношение $a:b=2020$.

0–3. В треугольнике ABC с углом BAC , равным 24° , на сторонах AB и AC взяты точки X и Y соответственно так, что $AY=XY=XB=XC$. Найдите $\angle ABC$.

0–4. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. На прямой AC выбрана такая точка D , что A — середина DC . Перпендикуляр к прямой DC в точке A пересекает отрезок BD в точке E . Найдите $\angle DBA$, если $\angle AEC=40^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$.

0–5. В парламенте присутствуют депутаты от партий "Единение" и "Справедливость". При голосовании ровно 55 процентов членов "Единения" и ровно 5 процентов членов "Справедливости" поддержали спикера, в результате он набрал ровно 50 процентов голосов. Какое наименьшее количество депутатов могло входить в парламент?

0–6. Какое наибольшее количество непесекающихся доминошек 1×2 (касаться могут) можно разместить в квадрате 99×99 таким образом, что в любом квадрате 2×2 можно поместить еще одну доминошку, не пересекающуюся с уже размещёнными?

1–1. Найдите наименьшее целое число n , удовлетворяющее неравенству $n \geq \frac{2020}{n}$.

1–2. Укажите наименьшее натуральное число, большее 1, которое при извлечении корней 2-й, 3-й, 4-й, ..., 10-й степени всегда даёт целое число.

1–3. Сколько существует трёхзначных чисел \overline{abc} , для которых выполняется равенство $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$?

1–4. Пончик, Незнайка и Сиропчик купили по арбузу и стали их взвешивать. После взвешивания Незнайка сказал: «Если заменить мой арбуз арбузом, который в 7 раз тяжелее, то суммарный вес всех арбузов увеличится в 2 раза». Сиропчик сказал: «То же самое можно сказать и про мой арбуз». Чей из арбузов тяжелее и во сколько раз – Незнайки или Пончика?

1–5. Найдите наименьшее простое p , удовлетворяющее условию $p=a^2+b^2=c^2+2d^2=e^2+10f^2$, где a, b, c, d, e, f – натуральные числа.

1–6. Найдите сумму всех шестизначных чисел, в которых встречаются только единицы, двойки и тройки, а разность каждых двух соседних цифр равна 1.

2–2. Петя выписал по кругу в некотором порядке все целые числа от 1 до 8 и затем отметил те из них, которые равны сумме двух своих соседей. Какое наибольшее количество чисел могло быть отмечено? Приведите ответ и пример.

2–3. Найдите наибольший угол выпуклого четырёхугольника (в градусах), если известно, что величины внешних углов четырёхугольника относятся как 3:4:5:8.

2–4. Квадратный трёхчлен x^2+bx-4 имеет два различных целочисленных корня. Чему может равняться b ?

2–5. У прямоугольника уменьшили стороны: длину – на 10%, ширину – на 20%. При этом периметр прямоугольника уменьшился на 12%. На сколько процентов уменьшится периметр прямоугольника, если его длину уменьшить на 20%, а ширину уменьшить на 10%?

2–6. В некоторый момент времени Аня измерила угол между часовой и минутной стрелками своих часов. Ровно через один час она снова измерила угол между стрелками. Угол оказался таким же. Каким мог быть этот угол?

3–3. Каждый из 20 одноклассников участвовал в трёх разных олимпиадах. Оказалось, что любые четверо из них участвовали в одной и той же олимпиаде. В каком наибольшем количестве различных олимпиад могли участвовать ученики этого класса?

3–4. Длина круга стадиона равна 400 м. Три бегуна одновременно стартовали в часовом забеге с одной стартовой линии, каждый – со своей постоянной скоростью. Первый бегун пробежал 20 км, второй – 19 км, третий – 18,1 км. Сколько раз во время этого забега один из бегунов обогнал другого?

3–5. Разрежьте квадрат со стороной 1 на пять прямоугольников, сумма периметров которых равна 9.

3–6. Натуральные числа a и b удовлетворяют неравенству $ab > 2020a+2021b$. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из них?

4–4. Найдите количество точек пересечения 9 прямых, если среди них есть ровно три параллельные и ровно четыре из этих прямых пересекаются в одной точке.

4–5. В волейбольном однокруговом турнире играют 15 команд (каждая команда с каждой играет ровно один раз, ничьих нет). Команда считается *выступившей хорошо*, если она проиграла не более двух матчей. Найдите наибольшее возможное число команд, выступивших хорошо.

4–6. Какие значения может принимать буква M при равенстве двух произведений с ненулевыми цифрами: $L \cdot E \cdot M \cdot M \cdot A = T \cdot E \cdot O \cdot P \cdot E \cdot M \cdot A$? (*одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры*)

5–5. В треугольнике ABC провели медиану AM . Найдите угол AMC , если углы BAC и BCA равны 45° и 30° соответственно.

5–6. Шахматная фигура «недоферзь» бьёт почти как обычный ферзь, но не может бить на 7 клеток по вертикали, горизонтали и диагонали (обычный может). Какое наибольшее количество недоферзей можно поставить на доску 8×8 так, чтобы они не били друг друга? *Приведите ответ и пример.*

6–6. Пусть $S(x)$ – сумма цифр натурального числа x . Известно, что $S(n)+S(n+1)=100$, $S(n+1)+S(n+2)=75$. При каком наименьшем n такое могло быть?