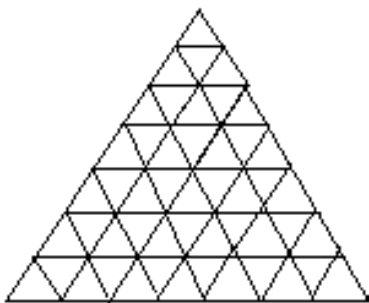


### Старт-лига. ПОЛУФИНАЛЫ.

1. В параллелограмме  $ABCD$  диагональ  $BD$  равна сторонам  $BC$  и  $AD$ . На стороне  $AD$  выбрана такая точка  $K$ , что  $AB=BK$ . Точка  $C_1$  симметрична  $C$  относительно  $K$ , а точка  $D_1$  симметрична  $D$  относительно  $A$ . Докажите, что  $BC_1=BD_1$ .
2. На шахматную доску  $8 \times 8$  по одному выставляют ферзей. Очередной ферзь бьет не более одного из ранее поставленных. Какое наибольшее число ферзей можно выставить на доску?
3. Можно ли клетчатый квадрат  $100 \times 100$  разрезать по границам клеток на 110 прямоугольников так, чтобы периметры всех частей были различными?
4. Семья рыбаков – отец и 7 сыновей – хочет переправить боевую группу на Тайный остров архипелага в тылу врага. Есть двухместная лодка. Не запомнив дороги, без проводника её не проплыть. Вначале дорогу до Тайного острова знает только рыбак-отец. Но всех проводить он не сможет: путь лежит мимо Сторожевой башни, и каждый из них может пройти мимо неё не более 5 раз (иначе поднимется тревога). Остальные могут стать проводниками, запомнив дорогу. Рыбак запоминает дорогу, если проплыл по ней один раз, а бойцу для этого надо проплыть туда и обратно. В конце все рыбаки должны быть дома, все бойцы – на острове, лодка – где придётся. Какую наибольшую по численности группу бойцов можно переправить?
5. Плоскую жёсткую прямоугольную картину накрыли треугольной скатертью. Докажите, что можно, не разрезая скатерть, обернуть ею картину с двух сторон.
6. Известно, что  $\frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{a+c+d} + \frac{c}{a+b+d} + \frac{d}{a+b+c} = 1$ . Какие значения может принимать выражение  $\frac{a^2}{b+c+d} + \frac{b^2}{c+d+a} + \frac{c^2}{d+a+b} + \frac{d^2}{a+b+c}$ ?
7. Докажите, что для каждого натурального  $n$  найдется такое нечетное простое число  $p$ , что остаток от деления  $n$  на  $p$  равен  $(p-1)/2$ .



8. Равносторонний треугольник со стороной 7 разбит на равносторонние треугольные клетки со стороной 1 (см. рисунок). Каждая из клеток покрашена в один из трех цветов. В каждой шестерке клеток с одной общей вершиной есть все 3 цвета. Обязательно ли найдется составленный из 4 клеток равносторонний треугольник со стороной 2, в котором есть все 3 цвета?

**Старт-лига. БОИ за 5-12 места.**

1. Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $abc + 2ab + 2ac + 2bc + 4a + 4b + 4c = 97$ . Чему может быть равна сумма  $a + b + c$ ?
2. В турнире по футболу участвовали 30 команд. Было сыграно 29 матчей. Игра каждой команды оценивалась по 10-балльной шкале. Докажите, что спортивный эксперт может так выставить оценки всем командам, чтобы была выставлена хотя бы одна десятка и в каждой паре игравших команд сумма оценок равнялась 18.
3. В ряд лежат 100 шариков трёх разных цветов. Известно, что в любой пятёрке подряд лежащих шариков есть шарики всех трёх цветов. Докажите, что найдется и трёхцветная четвёрка подряд лежащих шариков.
4. Для зарядки полностью разряженного телефона требуется 5 часов, а хватает заряженного телефона на 1 час разговоров. У Фомы два зарядных устройства. Каждый час в комнату вбегает Ерёма и начинает звонить по одному из телефонов, пока тот полностью не разрядится. Сможет ли Фома полностью зарядить хотя бы один из пятидесяти разряженных телефонов?
5. Плоскую жесткую квадратную картину со стороной 1 м удалось обернуть с двух сторон куском ткани в форме параллелограмма площади 2 кв. м. Обязательно ли этот параллелограмм является прямоугольником?
6. Семья рыбаков – отец и 3 сына – хочет переправить боевую группу из 10 бойцов на Тайный остров архипелага в тылу врага. Есть двухместная лодка. Не запомнив дороги, без проводника её не проплыть. Вначале дорогу до Тайного острова знает только рыбак-отец. Но всех проводить он не сможет: путь лежит мимо Сторожевой башни, и каждый из них может пройти мимо неё не более 5 раз (иначе поднимется тревога). Остальные могут стать проводниками, запомнив дорогу. Рыбак запоминает дорогу, если проплыл по ней один раз, а бойцу для этого надо проплыть туда и обратно. В конце все рыбаки должны быть дома, все бойцы – на острове, лодка – где придётся. Как организовать переправу?
7. На сторонах  $AB, AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $D, E$  и  $F$  соответственно такие, что  $AE=AD, BF=BD$ . Известно, что  $\angle EDF=40^\circ$ . Найдите  $\angle ECF$ .
8. Шахматную доску разрезали по границам клеток на 10 прямоугольников. Докажите, что среди них найдётся пара прямоугольников одинакового периметра.