

0–0. Найдите все натуральные n такие, что $n!$ оканчивается ровно на 100 нулей.

0–1. Решите уравнение $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$.

0–2. Дано $n \geq 2$ кучек с попарно различным количеством монет. За один ход можно выбрать любые две кучки и добавить в них по одной монете. При каких n можно гарантированно уравнивать количества монет во всех кучках?

0–3. В графе на 100 вершин самый короткий цикл содержит 70 вершин. Какое минимальное количество вершин со степенью не более 2 могло быть?

0–4. Натуральные числа a, b, c и d удовлетворяют соотношению $a^2 + b^2 + ab = cd$. Какой остаток при делении на 4 может быть у суммы $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$?

0–5. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана точка M так, что $\angle MAC = \angle MCD = \alpha$. Найдите величину угла ABM .

0–6. Какое наименьшее количество квадратов 2×2 с равным количеством белых и чёрных клеток может быть на доске 8×8 , на которой по 32 белых и чёрных клетки? Приведите ответ и пример.

1–1. Действительные числа x и y удовлетворяют условию $x^2 - \frac{2}{y} = y^2 - \frac{2}{x}$. Найдите все пары x и y такие, что $xy(x+y) = 2$.

1–2. При каких натуральных $n \geq 2$ полный граф K_n будет иметь эйлеров путь?

1–3. По кругу выписаны 2018 чисел. Если взять любое из этих чисел и умножить на стоящее за ним по часовой стрелке, то полученное произведение будет больше взятого числа. Какие значения может принимать сумма всех выписанных чисел?

1–4. При каких действительных x сумма $|x| + |x+1| + |x+3| + |x+4|$ принимает наименьшее значение?

1–5. На острове живут три племени: рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут, и хитрецы, которые иногда говорят правду, а иногда лгут. За круглым столом сидят 2018 представителей всех трёх племен. Каждый из сидящих за столом произнёс две фразы: 1) «Слева от меня сидит лжец.» 2) «Справа от меня сидит хитрец.» Сколько хитрецов могло быть среди них?

1–6. Найдите отношение длин оснований $AD:BC$ трапеции $ABCD$ площади 2018, если площадь треугольника BCO равна 100 (O – точка пересечения диагоналей трапеции).

2–2. При каких значениях параметра b уравнение $x^2 + bx + 2018 = 0$ имеет два различных целых корня?

2–3. Натуральное число назовём *сложным*, если его можно представить в виде суммы как четырёх, так и пяти последовательных натуральных чисел. Сколько существует сложных четырёхзначных чисел?

2–4. Прямая пересекает стороны AB и AC треугольника ABC и прямую BC в точках L , M и N соответственно, причем $2AL < AB$. Точки F , K и T — середины отрезков AM , AB и MN соответственно, причём прямые LF и BC параллельны. Какие значения может принимать отношение $TC:KL$?

2–5. n волейбольных команд участвуют в кубковом турнире на выбывание. Команда, проигравшая три матча, выбывает из дальнейшей борьбы. Турнир продолжается до тех пор, пока не останется одна команда-победитель. При каких n могло случиться так, что каждая команда сыграла с каждой ровно по одному матчу?

2–6. В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка K , а на стороне BC — точка L так, что $\angle KBC = 10^\circ$ и $\angle LAC = 20^\circ$. Найдите величину угла ALK , если известно, что $\angle BCA = 40^\circ$ и $\angle BAC = 80^\circ$.

3–3. Найдите корни уравнения $x^4 + 6x^3 - 7x^2 - 18x + 12 = 0$ и запишите их в порядке возрастания.

3–4. Разрежьте равнобедренный прямоугольный треугольник на 4 треугольника так, чтобы три из них были равны между собой, и любым из этих трёх можно было накрыть не равный им четвёртый.

3–5. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×3 можно гарантированно вырезать из доски 8×8 с 5 предварительно удалёнными клетками?

3–6. В треугольнике ABC $\angle A = 110^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, AH — высота, CL — биссектриса. Биссектриса угла LAN пересекает LH в точке M . Найдите $\angle AMB$.

4–4. При каких $\alpha \in \{1, 2, 3, 4\}$ сумма $1^\alpha + 2^\alpha + 3^\alpha + \dots + 2018^\alpha$ делится на 2019?

4–5. В кучке лежат N камней. За 1 ход их количество удваивают, а затем убирают k камней (k — некоторое фиксированное натуральное число). Остаток камней снова удваивают и затем убирают k камней. После нескольких таких операций в кучке не осталось камней. При каком наибольшем N такое могло быть?

4–6. Действительные числа x и y таковы, что $x - 2\sqrt{x+2} = 2\sqrt{y+3} - y$. Найдите наибольшее возможное значение суммы $x+y$.

5–5. M — середина катета AC , а точки N и K отмечены на гипотенузе $AB=2$ и катете $BC=1$. Какой наименьший периметр может иметь треугольник MNK ?

5–6. Сколько существует треугольников с целочисленными сторонами и периметром 2018, в которых одна из биссектрис делит противоположную сторону на целочисленные отрезки?

6–6. Пусть $R(n)$ — это разность шестизначного числа n и числа, образованного его первыми тремя цифрами (например, $R(567432) = 567432 - 567 = 566865$). У скольких шестизначных чисел $R(n)$ будет кратно 9?