

Математическая игра «Тетрис». 7–8 классы.

Условия



Задача 1. Если первую цифру двузначного числа N умножить на 4, вторую — на 2 и сложить результаты, получится половина числа N . Найдите все такие числа.

Задача 2. Шесть футбольных команд сыграли однокруговой турнир и набрали соответственно 13, 10, 7, 5, 3 и 2 очка. За победу команда получает 3 очка, за ничью — 1, за поражение — 0. Сколько ничьих было в турнире?

Задача 3. 19 синих меток делят шест на 20 равных частей, а 16 красных меток — на 17 равных частей. На сколько процентов расстояние между соседними синими метками меньше расстояния между соседними красными?

Задача 4. На школьной ярмарке Маша купила несколько одинаковых наборов наклеек за 1155 монет. Позже она вернула 3 набора. На вырученные деньги она купила альбом за 150 монет, и у неё ещё осталась сдача. Сколько наборов купила Маша изначально, если известно, что их количество — двузначное число, которое не делится на 3?

Задача 5. Найдите наименьшее целое число $n > 72$, у которого множество простых делителей совпадает с множеством простых делителей числа 72.

Задача 6. Серёжа записал на первой доске 8 различных двузначных чисел. Костя в каждом числе поменял местами цифры и записал полученные двузначные числа на вторую доску. Оказалось, что сумма чисел на первой доске, а также каждое число на второй доске делятся на 5. Какие числа записал Серёжа?

Задача 7. Натуральные числа x и y не превосходят 20. Известно, что $x > 2y$. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{x+3}{y+1}.$$

Задача 8. 23 одинаковых блинчика поровну разделили между семью людьми. Кусочком назовём часть блинчика, меньшую целого блинчика. Какое наименьшее число кусочков могло получиться?

Задача 9. В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC$ и $\angle BAC = 20^\circ$. Внутри стороны AC выбрана точка D так, что $BD = BC$. Найдите $\angle ABD$.

Задача 10. По окружности по порядку написаны числа $1, 2, \dots, 10$. Сколькими способами можно выбрать четыре числа так, чтобы никакие два выбранных числа не стояли рядом?

Задача 11. Натуральное число заканчивается цифрой 8. Если последнюю цифру 8 зачеркнуть, а в начале оставшегося числа приписать 10, получится число, втрое больше исходного. Найдите наименьшее исходное число.

Задача 12. Логический элемент Z получает три числа, каждое из которых равно 0 или 1. Он выдаёт 1, если ровно два из трёх входных чисел равны 1, и выдаёт 0 во всех остальных случаях. Числа a, b, c подаются на первый Z , числа e, f, g — на второй. Затем результаты этих двух элементов вместе с числом d подаются на третий Z . Для скольких наборов a, b, c, d, e, f, g итоговый результат равен 1?

Задача 13. Записали подряд трёхзначные блоки 999, 998, 997, $\dots$, 003, 002, 001 и получили одно 2997-значное число. Найдите остаток от его деления на 1001.

Задача 14. Разным буквам соответствуют разные цифры, причём $GEO - MET + RY = 0$. Числа GEO и MET трёхзначные, RY двузначное. Найдите наибольшее возможное восьмизначное число $GEOMETRY$.

Задача 15. Простые числа p, q, r удовлетворяют $pqr + 2025 = 3(pq + qr + rp)$. Найдите $p + q + r$.

Задача 16. Квадрат со стороной 16 повернули вокруг его центра на некоторый угол. Площадь объединения исходного и повернутого квадратов оказалась равна 288, а их пересечение представляет собой восьмиугольник. Найдите периметр этого восьмиугольника.

Задача 17. Найдите сумму всех четырёхзначных чисел, у которых цифры строго возрастают слева направо и которые делятся на 36.

Задача 18. Аня задумала двузначное число, равное произведению двух последовательных натуральных чисел. Боря знает это. Аня сказала: «Если я назову сумму цифр моего числа, ты сможешь однозначно определить число». Затем она добавила: «На самом деле тебе достаточно узнать только, является ли эта сумма простым числом». Какое число задумала Аня?

Задача 19. Сколько существует целых пар (x, y) , удовлетворяющих уравнению $2x^2 + y^2 = 2xy + 4x$?

Задача 20. Натуральное число A заканчивается на 0. Его наибольший натуральный делитель, не равный самому A , обозначили через B . Известно, что B является кубом натурального числа и $A + B < 2026$. Найдите A .

Задача 21. Команда начинает игру с 1 очком. Затем проходят 12 раундов: в семи из них команда получает ещё одно очко, а в пяти теряет одно очко. Сколькими способами могут идти результаты этих 12 раундов, если количество очков ни разу не становится отрицательным?

Задача 22. На стороне AB треугольника ABC выбрана точка M так, что $AM = BC$. Из M и B опущены перпендикуляры MK и BH на сторону AC . Известно, что $AC = 2KH$ и $\angle A = 22^\circ$. Найдите $\angle C$.

Задача 23. Найдите наименьшее десятизначное натуральное число, произведение цифр которого равно $10!$.

Задача 24. В прямоугольном треугольнике ABC угол A равен 90° , угол B равен 70° , $AB = 1$. Точка M — середина гипотенузы BC . На луче AM за точкой M выбрана точка D , для которой $\angle CDA = 110^\circ$. Найдите CD .