

1. Найдите наименьшее натуральное число, произведение цифр которого равно $10!$.
2. На отборочной олимпиаде было несколько задач, каждая может быть либо сдана, либо не сдана. Участвовали несколько школьников. На матбой предложили отправить команду из 6 человек, которые в совокупности решили все задачи отборочной олимпиады. Оказалось, что требование выполнить можно, но при этом взять в команду абсолютного победителя олимпиады (сдавшего строго больше задач, чем любой другой участник) нельзя. Какое наименьшее количество задач могло быть на этой олимпиаде?
3. Дан четырёхугольник $ABCD$, диагонали которого пересекаются в точке K . Точка P такова, что $\angle PAB = \angle PCD = 90^\circ$. Точка Q такова, что $\angle ABQ = \angle CDQ = 90^\circ$. Докажите, что окружности, описанные около треугольников AKB и CKD , повторно пересекаются на прямой PQ .
4. Длины сторон треугольника являются натуральными числами. Диаметр описанной около него окружности выражается несократимой дробью с нечётным простым числителем. Докажите, что треугольник прямоугольный.
5. Конечное множество S положительных вещественных чисел называется *хорошим*, если для любых чисел $a < b < c$ из множества S число $\frac{c-a}{b}$ также принадлежит S . Какое наибольшее количество чисел может содержать множество S ?
6. Найдите все n , для которых выпуклый n -угольник может быть разрезан на несколько (больше одного!) выпуклых n -угольников.
7. В треугольнике ABC отмечены основания биссектрис из углов B, C — L_b, L_c соответственно. Пусть l_c — прямая, являющаяся отражением прямой AC относительно BL_b , аналогично определим l_b . Пусть K — точка пересечения l_b и l_c . Точки O, I — центры описанной и вписанной окружностей треугольника ABC соответственно. Докажите, что прямые AK, L_bL_c, OI пересекаются в одной точке.